平成24年度卒業論文

論文題目

# ビッグボスゲームを用いた価値の交換システム

神奈川大学　工学部 電子情報フロンティア学科
学籍番号　200902728
尾﨑　友則

指導担当者　木下宏揚　教授

# 目 次

# 図 目 次

# 第1章　序論

## 1.1　研究背景

今日，ほとんどのものが法定通貨で交換されている．その中で，インターネットを始めとするネットワーク技術の発達により，経済社会の中で既存の金融・決算システムに大きな影響を与えつつある．その一つが電子マネーである．電子マネーとは決算手段としての役割を持った通貨を電子化したものである．利用方法は，現実の通貨の代替として決算に用いるものと，インターネットを介して電子商取引の決算をする方法がある．また，近年地域振興や発展を目的に法定通貨と同等，あるいは全く異なる価値があるものとして，特定のコミュニティ内で地域通貨が利用されている．地域通貨は地域内で流通する貨幣の総称であり，地域活動やボランティア活動など，市場では価値が決められないものやサービスを独自の価値で表現することができる [1][2][3].

## 1.2　問題提起

現代の社会では，情報機器やネットワークを介して，知識や著作物，個人情報といった情報リソースを流通させている．多様で予想できない社会なので，それぞれの価値観を持ったコミュニティと特定のコミュニティを形成しない公共の間で情報リソースを安全かつ円滑に循環させる必要がある．その為には，情報リソースやサービスに対して価値を与えてこの価値と情報リソースを交換する必要がある．しかし，人やコミュニティごとに異なる価値観を持つ．ここで言う価値とは単なる金銭的な価値ではなく，地域通貨的に多様な価値を指す．情報リソースやサービスをより円滑に流通させるには，

複数のコミュニティとの間で，多様な価値観を保ちつつ，価値と情報リソースを交換する必要がある [1][2][3].

## 1.3　研究目的

情報リソースを円滑に流通させるためには，情報リソースやサービスに対して適切な価値を与え，この価値と情報リソースを交換する必要がある．多様な価値観を保ちつつ，価値を地域通貨のように多元的な価値づけを行なうことで，より情報リソースやサービスを流通させる．

また，価値の交換システムによって，法定通貨で解決するまでもない些細なことも地域通貨のように扱うことができ，価値を交換することで補うことができる．

## 1.4　先行研究

先行研究では，価値の交換対象が異なる価値観を持つ二者間のみであった．しかし，二者間のみの価値の交換では限界がある．さらに広範囲に広めて，価値を交換する必要がある．

## 1.5　提案

本研究では二者間ではなく，コミュニティ内での価値の交換システムを提案する．コミュニティ内で価値を地域通貨のようにとらえ，価値を交換する．

想定モデルとし，コミュニティを研究室と置き，価値の交換を行なう．学生，教授共に研究の達成するという目的に向け，各々の能力や期待，希望の満足度を上昇させると想定する．また，ビッグボスゲームを用いて，教授をビッグボスと置き，研究室内で全員提携した場合に，研究室全体が研究を達成するために必要な条件を導く．単純に時間と個人の持つ研究能力で努力値として表し，1 年間の研究達成

度を目標にして，そのために研究にどれだけ時間を掛ければよいか表すことができる．

## 1.6　アウトライン

第 2 章では，通貨や電子マネーをはじめ，価値といった基礎知識について解説する．

第 3 章では，本研究で用いるビッグボスゲームであるゲーム理論について導出方法も含め解説する．

第 4 章では，提案手法について述べる．実際に定モデルを想定し，当てはめながら結果も求めて示す．

第 5 章では，本論文の結論を示す．

# 第2章　基礎知識

## 2.1　貨幣の説明

貨幣は古来より物々交換から始まった取引である．貨幣は簡単に手に入ったり，簡単に作れるものであったりしては都合が悪く，偽造されたりしてはならないため，最近の通貨は高度な技術を使って貨幣に彫刻したり，一つも大きさや重さ，厚みに狂いがないようになっている．貨幣には次の３つの役割がある [4].

- 価値尺度……ある商品やサービスの価値を示す.
- 交換手段……貨幣を使い商品やサービスの取引を行う.
- 貯蓄手段……将来の消費の為に価値を保存できる.

### 2.1.1　貨幣の種類

#### 商品紙幣

マネーが登場する前には物々交換が行われていた．物々交換とは同等の価値を持つ品物を直接交換することである．ここで重要なのは，品物それ自体に価値があることで，そうでなければ相手は受け取らない．物々交換を繰り返しているうちに，自然とよく使われる品物が生まれてくる．例えば米などの穀物や，塩などのある種の食糧であり，後で他の物と交換できる価値を持つことが保証されるからである．これを商品貨幣と呼び，その後食料品以外の品物，特に貴金属が利用されるようになった [3][4].

### 不換紙幣

日本銀行法が制定されることで発行できるようになった兌換義務のない紙幣，国の信用で流通するので信用貨幣とも言う．不換紙幣には金などを保有する必要がなく，経済状況にあわせて発行高を管理・調整できるメリットがある [3][4].

### 預り証貨幣

預り証貨幣とは紙幣のことで，貴金属としての貨幣が流通するようになると，日常的な買い物に必要とする以上の貨幣を安全な場所に保管するというニーズが生まれる．商売上貴金属を大量に扱う金細工師は，貴金属を保管する頑丈な金庫を持っており，そういうニーズを受け入れて貸金庫業を営むようになり，預かった貨幣の預り証が現在の紙幣のように流通し始めた [3][4].

### 部分準備貨幣

部分貨幣通貨とは，額面の一部までは貴金属の裏づけがある紙幣，である．つまり一部は預り証貨幣で，一部は不換貨幣である．よって，銀行は預金の支払い準備率を引き下げることでマネーの供給量を増加させる事が出来，準備率を 0 にすることで，最終的には不換紙幣へと移行することになる．その意味で部分準備貨幣は，預り証貨幣から不換貨幣への移行期の貨幣であると言える [3][4].

### 2.1.2　現金の長所

- 完結性……現金は，取引の時点で決済を完結できる．
- 匿名性……誰が使用したのかわからない．
- 汎用性……どのような目的にも使用できる．
- 流通性……全国至る所で使用できる．
- 譲渡性……第三者に価値を次々と譲渡できる．

### 2.1.3　現金の短所

- 紙の資源を大量に消費してるので，森林伐採という環境問題に繋がる．
- 保管，紛失，盗難など取扱が不便である．
- 集金や輸送，現金書留など遠隔地への送金での面倒な手続きが必要になるため不便である．
- 一万円札を自動販売機などで利用できないなどの価値を分割できない不便さや煩わしさがある．

## 2.2　既存の決済手段

### 現金

現金には前で述べた長所があるため，現在，決済手段としてほとんど現金が使われている．

### クレジットカード

買うのは今，支払いは後でという，後払い方式と呼ばれるものである．また，その人の状況に応じて，分割払いなど多彩な支払い手段が可能になる．クレジットカードを持つ為には支払い能力と信用力が要求される．クレジットカードの利用は高額商品に適し，平均利用金額は 1 万円と言われている．しかし，購入の際には信用照会やサインが必要などの煩わしさも伴う．

### プリペイドカード

予め現金を前払いしてカードを購入することによって支払った現金の額に相当する商品の購入やサービスの利用ができるカードのことである．

### デビットカード

デビットカードを使えば口座から利用金額がすぐに引き落とされ，口座残高は減る．これは個人信用度に関係なく，誰でも持つことができる．平均利用金額は 3 千円で，スーパーマーケットやガソリンスタンドで多く利用される．万が一カードを紛失し，尚且つ暗証番号が盗まれお金が引き落とされても保険は利かない．

### 小切手

多額で大量の現金の移動は労力を要し，盗難の危険性が伴う．そこで，額面を入れた一枚の小切手を現金の代わりとする仕組みである．

小切手を作成して使用する際には，その金額に見合うだけの資金をいつでも支払えることが必要である．

### 電子マネー

次項で詳しく解説する．

## 2.3　電子マネーの各種分類

電子マネーとは現実に流通している貨幣価値に裏付けられた電子的な価値情報で，支払い手段として利用できるものをいう．流通タイプには，クローズドループ型とオープンループ型の 2 つがあり，クローズドループ型とは，1 度しか利用できない電子マネーのことを言う．

また，発行された電子マネーは，最終的に，電子マネーの発行会社へ戻る．このクローズドループ型に当てはまるのが，Edy(エディ) やSuica(スイカ) などである．

また，オープンループ型とは，1 度だけでなく，何度でも利用することができ，現金と同様の働きをする．このオープンループ型に当てはまるのが，紙幣である．

以下，図 2.1 はオープンループ型を示し．図 2.2 はクローズドループ型を示す．

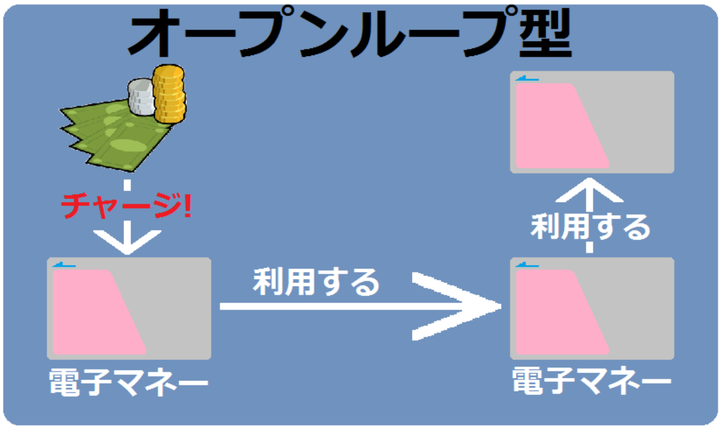


図 2.1: オープンループ型電子マネーの流通形態

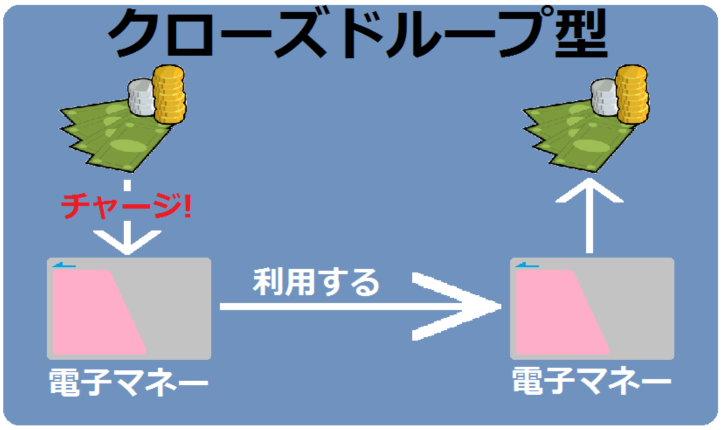


図 2.2: クローズドループ型電子マネーの流通形態

### 電子マネー非接触型 IC カードの支払い方法

電子マネータイプの 1 つである，非接触型 IC カードについては分類方法がいくつか存在する．1 つ目の分類方法として非接触型 IC カードには，支払い方法によって分類することが可能である．支払い方法としては，プリペイド型，ポストペイト型という主に 2 つの支払い方法が用意されている．

まず，プリペイド型は前述でも記載した通り前払い方式で，現金を事前に入金して利用しなければならない．つまり，電子マネーカード，アプリを所持しているだけでは利用できず，事前にチャージをす

ることで利用できる [?].

一方，ホストペイ型はプリペイド型と異なり事前に入金する必要がなく，後払い方式なので，クレジットカードを親，電子マネーを子，として親であるクレジットカードの利用分と併せて後日精算されることとなる.

以下、図 2.3 はプリペイド型の仕組みを示し，図 2.4 はポストペイ型の仕組みを示す.

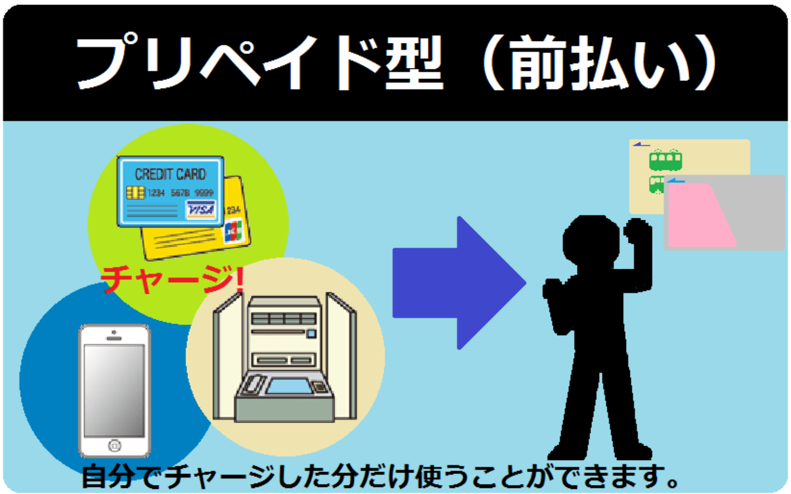


図 2.3: プリペイド型の仕組み

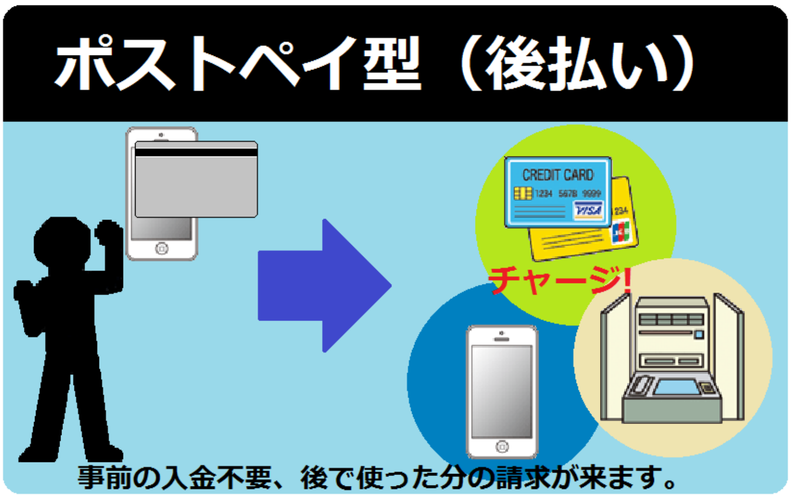


図 2.4: ポストペイ型の仕組み

### 2.3.1　非接触型電子マネーの長所

- 細かい現金等持ち歩かなくて良い.
- 決済のスピードが早い.
- 事前に切符を購入する必要がない.
- 利用履歴が把握できる.
- 財布の中のカード類をまとめることができる.

### 2.3.2　非接触型電子マネーの短所

- お店ごとに電子マネーの対応状況が異なる. (互換性がない)
- 発行手数料が必要な場合がある.
- プリペイド型の電子マネーには事前にチャージが必要.
- 一度電子マネーにすると、現金へ戻すことが難しい.
- 利用限度額が少額な為、高額商品購入には向かない.

## 2.4　地域通貨

地域通貨とは，その名の通り地域で流通する貨幣を意味し，法定通貨と同等あるいは全く異なる価値があるものとして，特定の地域やコミュニティの範囲で，参加者が自発的に交換しあう為のシステム，またはそこで流通する貨幣の総称である．地域通貨やボランティア活動など，市場では価値が決められないものやサービスを独自の価値で表現することができる．

### 2.4.1　地域通貨の必要性

現在，法定貨幣を使った取引は，ものやサービスを売買する際に，その価値を値段あるいは価格といった単一の単位によって表している．つまり，法定貨幣が表す価値は，市場という誰でも参加が出来る場の価値であり，誰にでも同じ値段とするため，経済に関する価値だけを単一の尺度で数字に置き換えている．これはつまり公式の交換のメディアと言える．ここで地域通貨は，法定貨幣を用いている金融システムを補完し，共存して機能するものと言える．これは純粋に交換のメディアとしての役割であり，また，法定貨幣と違い通用するのは一定の参加者に限られる．よって，現行の法定貨幣・銀行・金融の経済システムでは，大企業やお金持ちの手に資本が集積し，地域の経済の中に還流する法定貨幣は不足してしまう．更には，この経済システムのグローバル化が進むと，国内および世界各国の市場と連動してものやサービスが交換されるため，さらに各国地域の地域経済が疲弊することになる．この悪循環の循環を変えるために地域通貨は役立つと考えられ，地域経済を活性化するための基盤となると言える [5].

### 2.4.2　地域通貨の長所

- 自分たちで通貨を作ることができる．
- 地域に購買力を根付かせることができ，地域の活性化に役立つ．
- 新たな人間関係が生まれる．
- 利子がつかない．

### 2.4.3　既存の地域通貨

既存の地域通貨の運営方法は大きく分けて，紙幣方式，通帳方式，口座方式の3つがある．

#### 紙幣方式

紙幣方式は既存の法定貨幣，すなわち円やドルの紙幣ように予め表面に額面が表示された用紙を利用する方式である．

メリットとして，額面が表示されてるため，利用者にとってわかりやすい．通帳方式に比べ受け渡しの手間が容易である等が挙げられる．

デメリットとして，所持通貨によるかさばりと，持ち運び及び整理などの際に不自由．額面が定められているため，細かい額での決済及び取引が不自由である等が挙げられる [6]．

#### 通帳方式

通帳方式は，銀行の預金通帳のように取引内容や残高などを記録する用紙を利用して，地域通貨をやり取りする方式である．一般に地域通貨の通帳には，取引日付，取引相手，決済金額と残高，取引内容などを記録する．

メリットとしては，製作コストを安価に抑えることが可能である．いかなる金額でも対応できる等が挙げられる．

デメリットとしては，計算ミスや記入漏れなどの人的ミスが起こりやすい．故意的に残高の改変などが可能でセキュリティ対策が不可能である等が挙げられる [6].

### 口座方式

口座方式は，参加者が保有する通貨の残高を地域通貨の運営主体が一元的に管理する方式である．

メリットとして，紙幣や通帳などの印刷のコストが不要である．遠隔地やインターネット上のコミュニティなど，物理的な地域以外でも取引ができる等が挙げられる．

デメリットとして，残高が口座で管理されているため参照する方法が必要である．物理的に手にできるものではないのでわかりにくい等が挙げられる [6].

## 2.4.4　地域通貨の代表例

現在，地域通貨は世界で 2,000 カ所以上，日本では 100 カ所以上の地域で活用されている．例として，現在，オーストラリアで広く普及している LETS という地域通貨がある．LETS は，1983 年，地域経済が危機的状況に陥ったカナダのバンクーバー島コモックス・ヴァレーにおいて，法定通貨に依存せず物とサービスの流通を図るため，地域通貨研究家のマイケル・リントン氏によって考案された．

### LETS の仕組み

LETS を考案したリントン氏によると，LETS は,「同意」「無利子」「共有」「情報公開」という 4 つの基本原則を持ち，参加者相互の信頼によって運用されるシステムである．つまり，LETS への参加及び脱退，そして全ての取引は参加者の「同意」に基づくものであること，口座の残高に対し「利子が付くことは無い」ということ,「LETS の事務処理は参加者が非営利で行いそのコストは全参加者が利用状

況に応じて負担する」ということ，そして「参加者は取引に際し常に十分な情報を与えられる」ということである．

以上の四原則を基に，LETS は一般的に次のように運営され，図2.5 に LETS の仕組みを示す．

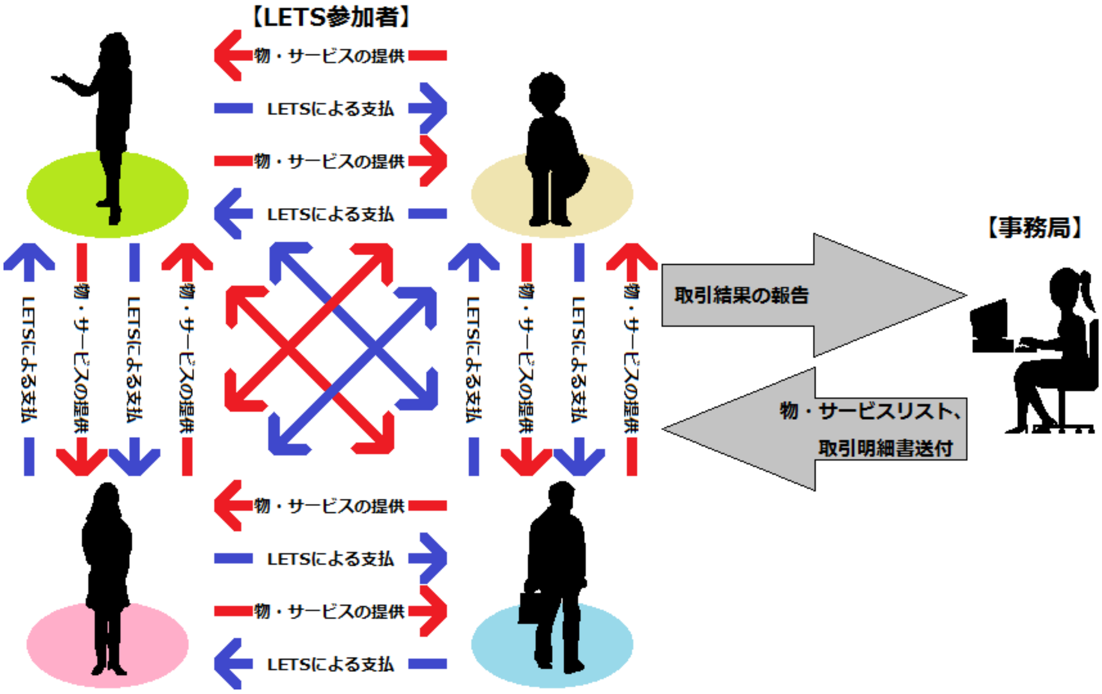


図 2.5: LETS の仕組み

以上の通り，LETS では参加者同士が直接コミュニケーションを取りながら取引を行うため，地域の結びつきが高まり地域活性化に役立っている．

### 参加者はまず参加登録を行う

LETSを利用するには，まず当該LETSの事務局に登録し口座を開設してもらう．LETSにおける通貨の発行方式は相互信用発行方式」と呼ばれ，取引の当事者同士の合意によって，取引の際に発行されるものである．従って一般の通貨とは異なり，紙幣等の貨幣に該当するものは発行しない．このため取引記録を残すには，通帳や小切手のようなものを用いる．各参加者の残高はゼロから始まり，その残高は取引に応じて変化するが，参加者全ての口座の総計は，常にゼロとなるようになっている．

LETSにおいては，地域住民の信頼に基づいて，マイナス残高＝「借入」が許されている．「借入」は「当該金額に相当するサービスをコミュニティに提供する義務」を意味している．従って，LETSの利用者は残高ゼロの状態から，売り手としても買い手としても取引を始めることができる．

### 参加者は提供したい物・サービスを登録し、取引交渉を行う

口座開設後，参加者はその地域で自分が提供したい物やサービスと，自分が提供して欲しい物やサービスを事務局に登録し，事務局はそれをリストに載せる．参加者は，定期的に郵送されるそのリストを見て，他の参加者と取引交渉を行う．

### 参加者は取引の結果を通帳に記入し，定期的に事務局に報告する

交渉が成立し，物やサービスの交換が完了すると，当事者達はその結果を通帳に記入する．売り手はプラスの欄に，買い手はマイナスの欄にそれぞれの額を記録しサインする．このため全ての参加者の口座残高を合計すると，常にプラスマイナスがゼロとなるのである．参加者は，自分の通帳に記録された取引結果を定期的に事務局に報告する義務があるが，LETSの情報公開の原則に基づき，いつで

も事務局に連絡して，他の参加者の口座残高や取引実績について知ることができる．

### 事務局は参加者の口座・取引を記録し，取引明細書を送付する

事務局は，参加者の口座を開設し，参加者が登録する物やサービスの情報を基に，そのリストを定期的に発行・送付する．また参加者から定期的に送られる取引結果を口座に記録し，定期的に口座内容と取引履歴を記入した明細書を参加者に送付する．なお，これに係る事務費用は，一般的に，取引高の○○%或いは一律○○通貨等，利用状況に応じて参加者の口座から当該地域通貨で支払われ，事務局の口座に加算されるようになっている．

## 2.5　価値

用途の異なる物 (商品) を交換するときに，その交換を可能にする基準となるもの．通常は貨幣に換算した価格で表される．

商品は使用価値と交換価値を持ち，使用価値は人間にとって有用なその商品の使い道で，交換価値は商品を交換する当事者にとっての価値である．この交換価値を全ての商品で普遍的に成り立たせているものが価値よ呼ばれ，アダム・スミス以来の経済学の重要なテーマになってきている．

価値論は大きく 2 つに分かれ，1 つはアダム・スミスからリカードをへてマルクスによって完成された労働価値説，もう 1 つはメンガーやワルラスが提唱した主観価値説である [7][8].

### 2.5.1　労働価値説

労働価値説は，商品生産に投入された労働を価値の実体とみなす．マルクスはこの労働を使用価値を生む具体的有用労働に対して，抽象的人間労働と呼んだ．これは具体的な労働の内容を考慮せず，誰もが普通にできる労働を基準にしているので，複雑労働を単純労働に換算できる．価値の大きさは労働の量，つまり労働時間で計られる．

### 2.5.2　主観価値説

主観価値説は，商品を買い使用することから得られる満足を価値の実体と考える．あらゆるものの価値は，市場でそれがどれだけ消費者の欲望をひきつけるか，また希少性が高いか，の 2 点で決定される．

# 第3章　ゲーム理論

ゲーム理論の分析対象は，複数の意思決定主体または行動主体が存在し，それぞれ一定の目的の実現を目指して相互に依存し合っているあるあらゆるゲーム的状況である．プレイヤーはゲームの最も重要な要素は意思決定し行動する主体であり，それぞれ明確な目的をもち，可能な限り自分の目的を達成するように行動を選択する．

ゲーム理論の中でも，複数のプレイヤーが協力を目的として形成する集団を提携といい，提携によってそれぞれどれだけのものを得られるかを表す協力ゲームがある．協力ゲームの問題を分析する最も一般的な表現方法が提携形ゲームである．

提携形 n 人ゲーム $(N, v)$ はプレイヤー集合 $N$（ただし，$|N| = n$）と特性関数 $v$ によって定義される．ここで，$v$ は $N$ のすべての部分集合に実数値を対応させる関数 $(v * 2^N \to \mathbb{R})$ であり，$v(\emptyset) = 0$ を満たす．プレイヤー集合 $N$ の部分集合 $S$ は提携と呼ばれ，協力行動をとるために形成されたプレイヤーのグループである．各提携に対する特性関数の値 $v(S)$ は提携値とも呼ばれ，その提携のメンバーが自分たちの協力行動で最低限確保可能な利得の総和の最大値を与えている．なお，提携 $N$ を全体提携と呼ぶ．ここでは，協力ゲームであるビッグボスゲームについて述べる [9][10].

## 3.1 ビッグボスゲーム

ビッグボスゲームとは，ビッグボスと呼ばれる非常に強い力を持つ特定プレイヤーが存在するゲームである．ビッグボスを含まない提携は何もできず，また，ビッグボス以外のプレイヤーたちは，提携することによって全体提携への貢献を増加させることができるという状況を記述するゲームである [9].

### 3.1.1 性質

$k$ : ビッグボス, $N, S, T$ : プレイヤー集合, $S$ : 提携, $v(S)$ : 提携値

- ビッグボス性 ： ビッグボスなしでは全く利益が得られない．

$$S \not\ni k \text{ のとき } v(S) = 0 \tag{3.1}$$

- 凹性 ： 提携のサイズが小さくなればなるほどプレイヤーの貢献度が大きくなる．
  $k \in S \subset T \subseteq \backslash\{i\}$ を満たす任意の $S, T, i \in N$ に対し，

$$v(S \cup \{i\}) - v(S) \geq v(T \cup \{i\}) - v(T) \tag{3.2}$$

- 単調性 ： 提携のサイズが大きいほど利得が大きくなる．
  すべての $S, T(S \subseteq T \subseteq N)$ に対し，

$$v(S) \leq v(T) \tag{3.3}$$

前述した 3 つの性質で定義されるのがビッグボス $k$ のいる完全ビッグボスゲームである．なお，式 (3.2) の条件を

$$v(N) - v(S) \geq \sum_{j \in N \backslash S} (v(N) - v(N) \backslash \{j\})) \ \forall S \ni k \tag{3.4}$$

に弱めたゲームがビッグボスゲームとよばれるものである．

以下，式 (3.2) の条件からこの弱めた貢献式 (3.4) を導出過程を示す．

$N \backslash S = \{i_1, \cdots, i_{n-s}\}$ とすると

$v(N) - v(N \backslash \{i_1\}) = v(N) - v(N \backslash \{i_1\})$

$v(N \backslash \{i_1\})) - v(N \backslash \{i_2\}) \geq v(N) - v(N \backslash \{i_2\})$

$\vdots$

$v(N \backslash \{i_{n-s-1}\})) - v(N \backslash \{i_{n-s}\}) \geq v(N) - v(N \backslash \{i_{n-s}\})$

を辺々加えることから得られる．完全ビッグボスゲームでは，ビッグボス $k$ を含むすべての部分ゲームがビッグボスゲームとなる [9].

### 3.1.2　優加法性

全員の協力を前提とすることを正当化するための最低限の条件は全員の協力に意味があることである．特性関数 $v$ が次の条件を満たすとき，ゲーム $(N, v)$ を本質的ゲームと呼ぶ.

$$v(N) > \sum_{i=1}^{n} v(\{i\}). \tag{3.5}$$

式 (3.5) は全体提携の提携値が，各個人の提携値の和より大きいことを要請している．すなわち全体提携の形成が意味を持つための最低限の条件である．

全体提携が形成されることを正当化するためには提携の協力が常に有力になるような，より強い条件を課す必要がある．その条件は次の特性関数の優加法性である．

$S \cap T$ を満たす任意の提携 $S, T$ に対し，

$$v(S \cup T) \geq v(S) + v(T) \tag{3.6}$$

式 (3.6) は，共通部分のない 2 つの提携 $S, T$ に対し，協力したことによる提携値 $v(S \cup T)$ が，それぞれ個別に行動したときの提携値 $v(S), v(T)$ の和より大きいことを示している．この条件を満たすとき，ゲーム $(N, v)$ あるいは特性関数 $v$ は優加法性を満たすと言う．

また，以下の性質についても同じように言える．
$S \supset T$ をみたす任意の提携提携 $S, T$ に対し，

$$v(S) \geq v(T) \tag{3.7}$$

であるとき，単調性であると言う．
さらに，任意の提携 $S(N$ を除く ) に対し，

$$v(N) = v(S) + v(N - S) \tag{3.8}$$

であるとき，定和であると言う [9]．

ビッグボスゲームは優加法性である．優加法性なのでコアが空集合でなく存在することもわかる．

### 3.1.3 配分

提携型ゲームの1つの目的は，全員提携で獲得した提携値の分配に際し，全員が合意するような利得分配をしなければならない．全体提携が形成された場合の各プレイヤーの利得を各成分がそれぞれのプレイヤーに対応するベクトルを利得ベクトルと言う．提携形ゲーム $(N, v)(N = 1, 2, \cdots, n)$ においては $x = (x_1, x_2, \cdots, x_n) \in \mathbb{R}^n$ のように表される．全員で利得を分配する際に，個人の得る利得は次の2条件を満たす必要がある．

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = v(N) \tag{3.9}$$

$$\text{すべての}\, i \in N \,\text{に対し}, x_i \geq v(\{i\}) \tag{3.10}$$

式 (3.9) は全体合理性の条件であり，全てのプレイヤーの利得の和が全体提携値となることであり，全体提携で獲得した値を余すことなく全員で分けることを意味している．したがって，この条件は実現可能な利得ベクトルの集合 $\{x \in \mathbb{R}^n | \sum_{i \in N} x_i \leq v(N)\}$ における利得ベクトルのパレート最適性に対応する．パレート最適性とは，ゲームに参加するプレイヤー全員の利得の最大化の基準のことである．

式 (3.10) は個人合理性の条件であり，各プレイヤーの利得が個人提携値以上であることを要請している．すなわち，全体提携に参加して利得を分配する際に，少なくとも，個人で獲得可能な利得以上を得ることを保証していることを意味している．

全体合理性と個人合理性を満たす利得ベクトルの集合の配分を言う．配分の集合 $I$ は以下の式で表される．

$$I = \{x \in \mathbb{R}^n | \sum_{i=1}^{n} x_i = v(N), x_i \geq v(\{i\}), i = 1, 2, \cdots, n\}. \tag{3.11}$$

なお，配分集合はゲーム $(N, v)$ に依存するので，$I(N, v), I(v)$ のように表す場合もある．本質的ゲームでは必ず $I$ が存在する [9][11][10][12].

## コア

コアとは，すべての提携に不満のない配分の集まりのことである．完全ビッグボスゲーム，ビッグボスゲームのコアはともに，

$$C(N,v)=\{x\in I(N,v)|0\leq x_i\leq v(N)-v(N)\backslash\{i\}\ \forall i\neq k\}(3.12)$$

で与えられ，ビッグボス$k$が得る最大の利得は$x_k=v(N)$であり，最小の利得は$x_k=v(N)-\sum_{j\neq k}v((N)-v(N\{j\}))$となる．

ここで，提携型ゲームのコアの定義について解説する．

$C=\{x\in I|$ すべての$y\in I(y\neq x)$に対して$,y$ dom $x$が成り立たない$.\}$

コアに属するどの配分の他の配分に支配されないので，どのような提携もそれに対して不満を持たない．コアに属する配分は交渉における1つの安定な利得配分を示す．

さらに，ゲームが優加法性であるならば，コア$C*$は提携合理性

$$\sum_{i\in S}x_i\geq v(S)\quad\forall S\subseteq N$$

を満たす配分の集合$C$に一致する．一般には，$C\subseteq C*$であり，普通はこの$C$をコアと定義している．

また，コアの理論において基本的な役割を果たすのが支配関係である．

提携形ゲーム$(N,v)$の2つの配分$x=(x_1,\cdots,x_n)$と$y=(y_1,\cdots,y_n)$および提携$S$について次の2条件

$$v(S)\geq\sum_{i\in S}x_i \tag{3.13}$$

$$\tag{3.14}$$

$$x_i>y_i,\forall i\in S \tag{3.15}$$

が成り立つとき，配分$x$は提携$S$を通して配分$y$を支配するといい，$x$ dom$_S y$と表記する．

式(3.14)は，提携$S$のメンバーが提携の総利得$v(S)$を分配することにより，配分$x$の利得の実現できることを意味する．

式(3.15)は，提携$S$のすべてのメンバーが，配分$x$の方を配分$y$よりも好むことを示す．このようなとき，提携$S$のメンバーは配分$y$に不満をもつといえる．

2つの配分$x$と$y$に対して，ある提携$S$が存在して$x\ \mathrm{dom}_S y$が成り立つとき，単に配分$x$は配分$y$を支配するといい，$x\ \mathrm{dom}\ y$と表される．

提携形ゲーム$(N, v)$の配分の全体を$X$とするとき，$\mathrm{dom}_S$および$\mathrm{dom}$は$X$上の二項関係である．提携$S$が固定されているとき，$\mathrm{dom}_S$は推移律を満たし，2つの配分$x$と$y$について$x\ \mathrm{dom}_S y$と$y\ \mathrm{dom}_S x$が同時に成り立つことはない．支配関係$\mathrm{dom}$は提携は変化するため複雑であり，上の2つの性質は成り立たない[9][10][11][12]．

## 仁$\nu(S)$

ゲーム$(N, v)$を譲渡可能な効用をもつ提携形ゲームとする．配分$x = (x_1, x_2, \cdots, x_n)$に対して提携$S$の特性関数値と$S$のメンバーの利得の総和の差

$$e(S, x) = v(S) - \sum_{i \in S} x_i \tag{3.16}$$

は，利得ベクトル$x$に対して提携$S$がもつ不満を表す．すなわち，提携値からその配分の与える利得の和を引いた値である．また，配分の集合が空集合でない特性関数形ゲーム，仁は必ず存在し，ただ1つの配分からなる[9][10][11][12][13]．

## シャープレイ値$\phi(S)$

ゲーム$(N, v)$において，各プレイヤー$i \in N$に対して，

$$\phi(v)_i = \frac{1}{n!} \sum_{S \subseteq N \setminus \{i\}} |S|!(n - |S| - 1)!\Big(v(S \cup \{i\}) - v(S)\Big) \tag{3.17}$$

を与える利得ベクトル $\phi(v)$ をシャープレイ値と言う．
$v(C \cup \{i\}) - v(S))$ はプレイヤー $i$ が加わることによる提携値の増分であり，$i$ の限界貢献度と言う．

また，シャープレイには定理がある．そのためにまずいくつか定義する．
プレイヤー $i$ がナルプレイヤー $\Longleftrightarrow v(S \cup \{i\}) = v(S)\ \forall S \subset N \backslash \{i\}$.
プレイヤー $i$ と $j$ が対称 $\Longleftrightarrow v(S \cup \{i\}) = v(S \cup \{j\})\ \forall S \subset N \backslash \{i, j\}$.
ゲーム $v$ とゲーム $w$ の和ゲーム $v + w$

$$\Longleftrightarrow (v + w)(S) = v(S) + w(S)\ \forall S \subseteq N.$$

ゲーム $(N, v)$ にただ1つの利得ベクトルを対応させる関数 $\phi(v) = (\phi_1(v), \phi_2(v), \cdots, \phi_n(v))$ に対し，その満たすべき公理として以下の4つがある．

$$\sum_{i \in N} \phi_i(v) = v(N) \tag{3.18}$$

$$\text{ナルプレイヤー} i \text{に対し}, \phi_i(v) = 0 \tag{3.19}$$

$$\text{対称なプレイヤー} i \text{と} j \text{に対し}, \phi_i(v) = \phi_j(v) \tag{3.20}$$

$$\text{任意のゲーム} v, w \text{に対し}, \phi_i(v + w) = \phi_i(v) + \phi_i(w)\ \forall i \in N \tag{3.21}$$

式 (3.18) は，全体合理性公理（パレート最適性公理）であり，利得ベクトルがパレート最適性の条件満たすという標準的な公理である．

式 (3.19) は，ナルプレイヤー公理であり，ゲームに参加し手も全く影響力を持たないプレイヤーの利得はゼロであることを要請している．

式 (3.20) は，対称性公理であり，2人のプレイヤーの他の人たちに対する影響が全く同じ場合，彼らが同じ利得を得ることを要請している．

式 (3.21) は，加法性公理であり，数学的には2つのゲームの和ゲームに対する利得ベクトルはそれぞれのゲームに対する利得ベクトル

の和になるという公理である．しかし，これは2つの状況を表すゲーム $v, w$ から，その状況を総合的に表すゲーム $v + w$ の解が，それぞれの解から別々に計算できることを表している．つまり，個々の成分となるゲームをそれぞれ独立のものとみなしているということである．

これらの4つの公理を満たすベクトル値関数としてシャープレイ値は特徴づけられる．

また，一般にシャープレイ値全体合理性を満たす．しかし，配分でなければならないないということはなく，ゲームが優加法を満たすときには，シャープレイ値は個人合理性も満たす配分になる [9][10][11][12][13].

## 3.2 導出方法

ここでは，コア，仁およびシャープレイ値について述べる．双対関係である指導者ゲームから仁とシャープレイ値は一致する．

双対とは，ゲーム $(N, v)$ で $N$ を固定して，次のように定義される $v*$ である．

$$v*(S) = v(N) - v(N \backslash S) \ \forall S \subseteq N \tag{3.22}$$

さらに，利得ベクトル $x$ がゲーム $v$ のコアに属していると，任意の $S \subseteq N$ について，

$$x(S) \geq v(S) \Longleftrightarrow v*(N \backslash S) \geq x(N \backslash S) \tag{3.23}$$

となる [13].

### 3.2.1 仁

指導者ゲーム $(N, v_L)$

$$v_L(S) \begin{cases} = v_L(N) & (1 \in S) \\ \leq \sum_{i \in S} v_L(\{i\}) & (1 \notin S) \end{cases}$$

指導者ゲームの仁 $\nu(v_L)_i$

$$\nu(v_L)_i = \begin{cases} v_L(N) - \frac{1}{2} \sum_{j \in N \backslash \{1\}} v_L(\{j\}) & (i = 1) \\ \frac{1}{2} v_L(\{i\}) & (i \neq 1) \end{cases}$$

ビッグボスゲーム $v_{BB}$ の仁 $\nu(v_{BB})$

$$\nu(v_{BB})_i = \begin{cases} v_{BB}(N) - \frac{1}{2} \sum_{j \in N \backslash \{1\}} m_j & (i = 1) \\ \frac{1}{2} m_i & (i \neq 1) \end{cases}$$

ただし、$m_i = v_{BB}(N) - v_{BB}(N \backslash \{i\}) \ \forall i \in N \backslash \{1\}$ である．

### 3.2.2　シャープレイ値

指導者ゲーム $v_L$ が優加法性ならば，$v_L(S) \geq \sum_{i \in S} v_L(\{i\})$ がすべての $S \subseteq N$ について成り立つから，$v_L$ は

$$v_L(S) = \begin{cases} v_L(N) & (1 \in S) \\ \sum_{i \in S} v_L(\{i\}) & (1 \notin S) \end{cases}$$

と与えられる．すると，各 $i \neq 1$ と任意の $S \not\ni$ に対して，

$$\begin{aligned} 1 \in S &\implies v_L(S \cup \{i\}) - v_L(S) = 0 \\ 1 \notin S &\implies v_L(S \cup \{i\}) - v_L(S) = v_L(\{i\}) \end{aligned}$$

である．

ゆえに，$i \neq 1$ ならば,

$$\begin{aligned} \phi(v_L)_i &= \frac{1}{n!} \sum_{S \subseteq N \setminus \{i\}} |S|!(n-|S|-1)!\Big(v_L(S \cup \{i\}) - v_L(S)\Big) \\ &= \frac{1}{n!} \sum_{S \subseteq N \setminus \{i,1\}} |S|!(n-|S|-1)! v_L(\{i\}) \\ &= \frac{1}{n!} \sum_{|S|=0}^{n-2} \binom{n-2}{|S|} |S|!(n-|S|-1)! v_L(\{i\}) \\ &= \frac{1}{n!} \sum_{|S|=0}^{n-2} \frac{(n-2)!}{|S|!(n-2-|S|)!} |S|!(n-|S|-1)! v_L(\{i\})) \\ &= \sum_{|S|=0}^{n-2} \frac{n-|S|-1}{n(n-1)} v_L(\{i\}) \\ &= \frac{1}{n(n-1)} \Big((n-1)+(n-2)+\cdots+2+1\Big) v_L(\{i\}) \\ &= \frac{1}{2} v_L(\{i\}) \end{aligned}$$

また,

$$\phi(v_L)_1 = v_L(N) - \sum_{i \in N \setminus \{1\}} \phi(v_L)_i = v_L(N) - \frac{1}{2} \sum_{i \in N \setminus \{1\}} v_L(\{i\})$$

こうして指導者ゲームの仁 $\nu(v_L)_i$ より $\phi(v_L) = \nu(v_L)$ となり，さらに「$C(v) \neq \emptyset$ ならば $\hat{\nu} \in C(v)$ であるから，プレ仁 $\hat{\nu}$ は仁 $\nu$ である.」という定理より，$\phi(v_{BB}) = \nu(v_{BB})$ となる.

また，逆を示すと以下のようになる.

$v_L(S) < \sum_{i\in S} v_L(\{i\})\ \exists S \subseteq N\backslash\{S\}$ だったと仮定する，

$$\begin{aligned}
\phi(v_L)_i &= \frac{1}{n!}\sum_{S\subseteq N\backslash\{1\}} |S|!(n-|S|-1)!\Big(v_L(S\cup\{i\}) - v_L(S)\Big) \\
&> \frac{1}{n!}\sum_{S\subseteq N\backslash\{1\}} |S|!(n-|S|-1)!\Big(v_L(N) - \sum_{i\in S} v_L(\{i\})) \\
&= v_L(N) - \sum_{S\subseteq N\backslash\{1\}}\sum_{i\in S} v_L(\{i\})\frac{|S|!(n-|S|-1)!}{n!} \\
&= v_L(N) - \sum_{i\in N\backslash\{1\}}\sum_{|S|=1}\binom{n-2}{|S|-1} v_L(\{i\})\frac{|S|!(n-|S|-1)!}{n!} \\
&= v_L(N) - \sum_{i\in N\backslash\{1\}}\sum_{|S|=1}\frac{|S|}{n(n-1)} v_L(\{i\}) \\
&= v_L(N) - \sum_{i\in N\backslash\{1\}}\frac{1+2+\cdots+(n-1)}{n(n-1)} v_L(\{i\}) \\
&= v_L(N) - \frac{1}{2}\sum_{i\in N\backslash\{1\}} v_L(\{i\})
\end{aligned}$$

こうして指導者ゲームの仁 $\nu(v_L)_i$ より $\phi(v_L)_1 = \nu(v_L)_1$ となり，$\phi(v_L) = \nu(v_L)$ となる.

ゆえに，$\phi(v_L) = \nu(v_L)$ ならば

$$v_L(S) = \begin{cases} v_L(N) & (1 \in S) \\ \sum_{i\in S} v_L(\{i\}) & (1 \notin S) \end{cases}$$

でなければならず，この $v_L$ が優加法性的であることは $v_L(\{i\}) \leq 0\ \forall i \in N$ より明らかである.

また,「優加法性」を「凸性」に置き換えても成立する．さらに，この場合,「$(-v)*$ が凸 $\Longleftrightarrow v$ が凸.」という定理よりビッグボスゲームも凸となるので,

$$
\begin{aligned}
&\text{ビッグボスゲームが凸}\, v_{BB}\text{が凸} \\
&\qquad \Longleftrightarrow \; \nu(v_{BB}) = \phi(v_{BB}) \quad \text{かつ} \quad \nu(v_L) = \phi(b_L)
\end{aligned}
$$

が成立する．

プレイヤー 1 がビッグボスである公共財ゲーム

$$
v_P^1(S) = \begin{cases} B(S) - C > 0 & (1 \in S) \\ 0 & (1 \notin S) \end{cases}
$$

は凸なビッグボスゲームであるから,「指導者ゲーム $v_L$ が優加法性ならば，$\nu(v_L) = \phi(v_L)$ かつ $\nu(v_{BB}) = \phi(v_{BB})$」より，仁とシャープレイは一致する．ゆえに,

$$
\nu(v_P^1)_i = \phi(v_P^1)_i = \begin{cases} \frac{1}{2}B_i + \frac{1}{2}B(N) - C & (i = k) \\ \frac{1}{2}B_i & (i \neq k) \end{cases}
$$

となる．

以上，ビッグボスゲームにおける仁，シャープレイ値の導出を示した [9].

# 第4章　提案方法

## 4.1　全員提携

ビッグボスゲーム用いて，全員提携を行う．全員提携を行うことで得ることができる提携値から配分であるコア，仁，シャープレイ値を求め，評価をする．

## 4.2　想定モデル

### 4.2.1　研究室

ここで，身近な研究室をコミュニティと捉え，想定モデルとする．教授と複数学生がいるとする．学生にとって教授とは必要不可欠な存在であるからビッグボスとして考える．ただし，ビッグボスゲームの性質から，学生のみの提携はなく，提携には必ずビッグボスである教授が含まれることが前提である．また，学生のもともとの個々の能力は一定ではないが，全く何もできないといったような抜群に能力が低い学生は存在しないとし、想定する．

提携することによって，個々人の研究能力が上昇し，また，期待や希望等の満足度も上昇するという想定する．教授，学生共に研究を進めるために，時間と研究能力を努力値とし，1年間の研究達成度を目標に設定してそのためにどれだけかけるかよいかを求める．時間と個人の持つ研究能力によって表される努力値とし，達成度と考えると単純に研究にどれだけ時間を掛ければよいか表すことができる．その求められた解が配分となる．求められた配分から時間の割り振りがわかる．

### 4.2.2　提携

- $k$:ビッグボスである教授
- $B(S)$：提携 S での達成度
- $B_i$：個々人の達成度
- $D$：目標達成に必要な研究室全体の達成度

提携値 $v(S)$

$$v(S) = \begin{cases} B(S) - D > 0 & (S \ni k) \\ 0 & (S \not\ni k) \end{cases}$$

配分：研究室全体が不満なく，各プレイヤーが研究に必要な達成度

- コア

  $$C(N,v) = \{x \in I(N,v) | 0 \leq x_i \leq v(N) - v(N) \backslash \{i\} \ \forall i \neq k\}$$

- 仁 $\nu(S)$，シャープレイ値 $\phi(S)$

  $$\nu(S) = \phi(S) = \begin{cases} \frac{1}{2}B_i + \frac{1}{2}B(N) - D & (i = k) \\ \frac{1}{2}B_i & (i \neq k) \end{cases}$$

### 4.2.3 結果

ここで，実際に任意の数値を入れて各値を求める．教授 $k$ と学生 a,b,c,d がいるとする．

各プレイヤーの持つ最大の能力値を $k$:a:b:c:d=100:10:12:20:16 とする．また，目標達成に必要な研究室全体の達成度は 70，学生目標達成に最低必要な個人の達成度は 7 と設定し，全体提携すると以下のように各値は求まる．

#### 提携値 $v(S)$

$$
\begin{aligned}
v(S) &= B(S) - D \\
&= (100 + 10 + 12 + 20 + 16) - 70 \\
&= 158 - 70 \\
&= 88
\end{aligned}
$$

#### 配分

- コア

  $$C(N, v) = \{x \in I(N, v) | 0 \leq x_i \leq v(N) - v(N) \backslash \{i\} \ \forall i \neq k\}$$

  より，コアが存在する範囲が求められる．

  例:{$k$:a:b:c:d=43:9:10:15:11}

- 仁 $\nu(S)$，シャープレイ値 $\phi(S)$
  教授 $k$ は,

  $$\nu(S) = \phi(S) = \frac{1}{2}B_i + \frac{1}{2}B(N) - D$$

  より，59 となる．

学生 a，b，c，d は,

$$\nu(S) = \phi(S) = \frac{1}{2}B_i$$

より，各々5，6，10，8 となる．

しかし，求められた値から本モデルの条件下では学生の目標達成に必要な達成度を満たさない学生が存在することがわかる．

# 第5章　結論

本研究では，コミュニティ内での価値の交換システムを提案した．身近である研究室をコミュニティの例として挙げ，ビッグボスゲームを用いて全体提携し，提携値を求めたのちコアや仁，シャープレイ値で評価を行った．この場合はビッグボスゲームを用いたが，状況によりゲーム理論でもさまざまなゲームがあるので違う考えもできるのではないかと考える．また，本研究ではコミュニティ内での価値の交換システムを提案したが，価値の交換の対象範囲をさらに広げなければならない．そのことから，価値の交換の対象範囲がさらに広くなった場合にも対応できるようにしなければならない．

# 謝辞

本研究を進めるにあたって，御指導して下さった木下宏揚教授に感謝いたします．また，貴重な助言，及び，御指導して下さった宮田純子特別助手に感謝いたします.

最後に，神奈川大学木下研究室の諸兄にも感謝いたします.

2013 月 2 月

尾﨑　友則

# 参考文献

[1] K.Hiritsugu, T.Yoshiaki, K.Naoya, M.Tetsuya, S.Kazuhiro, “A Local Currency System Reflecting Variety of Values,”Proc.IEEE/EPSJ SAINT2011, pp. 562–567, July2011

[2] 田島佳明, 宮田純子, 森住哲也, 木下宏揚, “地域通貨を利用した価値の交換システム,” 信学技報, vol. 112, no. 343, SITE2012-43, pp. 1–6, 2012 年 12 月

[3] 加藤敏春, “エコマネー-ビッグバンから人間にやさしい社会へ-”, 日本経済評論社, 1998 年

[4] 小西英行, “ポイント経済と電子マネー、地域通貨に関する考察”, 富山国際大学地域学部紀要, 第 7 巻, pp.103-107, 2007 年 3 月

[5] 三浦一輝, “「地域通貨」制度の経済学的位置づけ”, 法政大学大学院紀要, 60, pp.57-68, 2008 年 3 月

[6] 清水孝治, 戸田瑛人, 木下宏揚, 森住哲也, “人間関係ダイアグラム評価を導入した地域 SNS での地域通貨の使用,” 信学技報, vol. 108, no. 331, SITE2008-37, pp. 7–12, 2008 年 12 月

[7] 三浦一輝，“「地域通貨」の流通に関する理論分析”，法政大学大学院紀要，60，pp.69-76，2008 年 3 月

[8] 飯田和人，“市場経済と価値-価値論の新機軸-”，ナカニシヤ出版, 2001 年

[9] 船木由喜彦，“ゲーム理論講義”，新世社，2012 年

[10] 岡田章，“ゲーム理論 [新版]，有斐閣”，2011 年

[11] 船木由喜彦，“演習ゲーム理論”，新世社，2004 年

[12] 武藤滋夫，“ゲーム理論入門”，日本経済新聞出版社，2001 年

[13] 中山幹夫，“協力ゲームの基礎と応用”，勁草書房，2012 年

# 質疑応答

**Q1:** 研究室のビッグボスゲームのモデルと地域通貨のつながりは何か．(齊藤隆弘教授)

**A1:** 地域通貨は特定のコミュニティ内で活性化させるなど共通の目的があり，そのために交換を行なっている．ここではコミュニティを研究室とし，研究を進めるという目的のために交換することで研究室全体がよりよくなるのではないかと考えた．また，研究室の構成から，ゲーム理論を用いて評価する場合，ビッグボスゲームが最適なのではないかと考えた．

**Q2:** 提携することでどのように能力が上昇するのか．また，教授は絶対的存在であるが，ほかの人はどのようにするのか．(平岡隆晴助教授)

**A2:** 全体提携をし，提携値をどのように配分するかによって各々の能力が異なる．なので，数ある配分のなかで最適を求める必要がある．また，教授をビッグボスと置くので教授の能力は抜群に良いと定義する．学生には，必要最低限の能力を設定しているのでその値を超えるような配分を考える．